

ムーア・ペンローズの一般化逆行列による多重共線性の回避

りそな銀行 アセットマネジメント部
チーフ・クオンツ・アナリスト 南 聖治

本レポートは年金投資などにおけるクオンツ運用の専門分野でのポートフォリオ構築方法等に関するディスカッションレポートです。

1. 多重共線性の回避手法

クオンツの手法を用いたポートフォリオの構築にあたって「多重共線性（マルチコ）」という現象がよく指摘されます。複数のファクターを用いた分析で多重共線性はよく問題にされ、相関の高いファクター群を持った重回帰分析などでよく発生する問題です。例えば、重回帰によるファクターリターンの計算や複数のアルファの合成の計算時に多重共線性の問題がよく発生することが知られています。

株式投資の実務では、相関の高いファクターの採用をやめ相関の低いファクター群で分析を行うことで、この問題を回避することが多いです。一方で、統計学の分野ではリッジ回帰やムーア・ペンローズの一般化逆行列という手法で多重共線性をある程度回避できるとされます。リッジ回帰ではパラメータの決定手法に対する考察が必要ですが、ムーア・ペンローズの手法では固有値の小さい項をゼロとするだけのシンプルな手法で使い易いものです。今回は、多重共線性の回避手法として、ムーア・ペンローズの一般化逆行列を用いた重回帰分析を用いて相関の高いファクターのファクターリターンを計算した結果をご紹介します。

2. 計算例

ファクター値の相関の高い3つのアルファファクターを説明変数としリターンを非説明変数として、単回帰分析、通常回帰分析(OLS)、及び、ムーア・ペンローズの一般化逆行列を用いた回帰分析を実施しその回帰係数を比較してみます。特徴を分かり易く捉えるため、表1のように極めて相関の高い3つのファクターを採用しました。

表1. ファクター値の相関係数

	ALPHA1	ALPHA2	ALPHA3
ALPHA1	1.00	0.97	0.96
ALPHA2	0.97	1.00	1.00
ALPHA3	0.96	1.00	1.00

表2.回帰分析の計算結果

		単回帰分析			通常重回帰分析 (OLS)	一般化逆 行列による 重回帰 分析
		ALPHA1	ALPHA2	ALPHA3		
回帰係数	ALPHA1	1.51			0.71	0.51
	ALPHA2		1.53		-4.46	0.52
	ALPHA3			1.55	5.31	0.52
切片		3.49	3.52	3.52	3.53	3.50

回帰分析の結果は表2のようになりました。単回帰分析の結果はそれぞれのファクターの回帰係数は1.5程度であることを示しております。また、通常重回帰分析(OLS)の方法では2つ目のファクター(ALPHA2)の回帰係数の符号がマイナスになっており、典型的な多重共線性の問題が発生しているケースであることが分かります。

一方で、ムーア・ペンローズの一般化逆行列を用いた手法では、3つのファクターの回帰係数は0.5程度で全て同じであり、単回帰分析の回帰係数の約1/3の値になっております。つまり、同じような3つのファクターそれぞれにリターン寄与を割り振ったような結果になっていることが分かります。

3.まとめ

ムーア・ペンローズの一般化逆行列を用いれば相関の高いファクター群を用いた重回帰分析が可能になり、テクニカルに多重共線性の問題が回避できることが分かりました。この手法を複数のファクターを用いたアルファの合成やパフォーマンス要因分析などに応用できる可能性が考えられ、この一般化逆行列はポートフォリオ問題のいくつかのケースへ適用できると思われれます。今後とも、よりよいポートフォリオ分析手法を検討していきたいと思っております。

参考文献

南聖治, “複数のファクターを用いたアルファの合成について,” りそな銀行 クオンツレポート, 2010

Keywords

Multicollinearity, Moore-Penrose Pseudo-inverse, Composite Alpha, Performance Attribution

- ・本資料は、お客様への情報提供を目的としたものであり、特定のお取引の勧誘を目的としたものではありません。
- ・本資料は、作成時点において信頼できるとされる各種データ等に基づいて作成されていますが、弊社はその正確性または完全性を保証するものではありません。
- ・また、本資料に記載された情報、意見および予想等は、弊社が本資料を作成した時点の判断を反映しており、今後の金融情勢、社会情勢等の変化により、予告なしに内容が変更されることがありますのであらかじめご了承ください。
- ・本資料に関わる一切の権利はりそな銀行に属し、その目的を問わず無断で引用または複製することを固くお断りします。