

複数のファクターを用いたアルファの合成 と 動的最適化による最適リバランス戦略

りそな銀行 アセットマネジメント部
チーフ・クオンツ・アナリスト 南 聖治

本レポートは年金投資などにおけるクオンツ運用の専門分野におけるポートフォリオ構築方法に関するディスカッションレポートです。

近年、クオンツ運用におけるポートフォリオ構築において多数のアルファファクター（株式収益率の予想値）を活用する傾向が増加してきております。近年の不安定な市場環境においてその重要性に対する認識が年々増えています。他方で、米国では動的最適化法のポートフォリオ構築の実務への応用手法の研究が進んでおります。

今回、下記の動的最適化を用いたポートフォリオ構築手法により、アルファの最適合成比率と最適リバランス戦略について考察いたしましたのでご紹介いたします。

1. 動的最適化によるアルファファクターの合成比率と最適リバランス手法

クオンツ運用におけるファクター・ティルト・ポートフォリオに動的最適化の手法を取り入れる試みが米国で報告されています。（Garleanu and Pedersen[2010], Grinold[2010]）

現状の多くのクオンツ運用者が実施している最適化は1期間（次のリバランスまでの期間）の最適化であり静的最適化と呼ばれます。これに対し、将来の多期間（複数のリバランス期間）の状況を考慮して足元の最適なポートフォリオのリバランス量を計算する手法は、動的最適化と呼ばれます。

複数のファクターによるアルファの合成問題も、動的最適化の枠組みの中で考えると極めて直感と整合的な解が得られます。この手法による最適なアルファ合成手法は、ファクターの予測値の変化のスピードを考慮してファクターの合成ウェイトを算出します。また、最適リバランス戦略は、合成アルファによるターゲットポートフォリオにリバランス前ポートフォリオを毎回一定割合近づける戦略となります。本手法により、アルファファクターのリスク・リターン特性に加え、将来の複数のリバランス時の銘柄売買における取引コストを考慮してアルファの合成比率を計算することにより最適リバランス戦略を考えることができます。

アルファの合成ウェイト

$$\mathbf{w}_\alpha \sim \frac{1}{n} \mathbf{R}^{-1} \left(\boldsymbol{\Sigma}_F + \frac{1}{n} \mathbf{R}^{-1} \right)^{-1} \left(\mathbf{I} + \sqrt{\frac{\lambda}{\gamma}} \boldsymbol{\Phi} \right)^{-1} \mathbf{F} \quad (1.1)$$

ターゲットポートフォリオ

$$\mathbf{x}_{\text{target}} \sim \left(\gamma \boldsymbol{\Sigma}_{\text{spc}} \right)^{-1} \mathbf{b}^T \mathbf{w}_\alpha \quad (1.2)$$

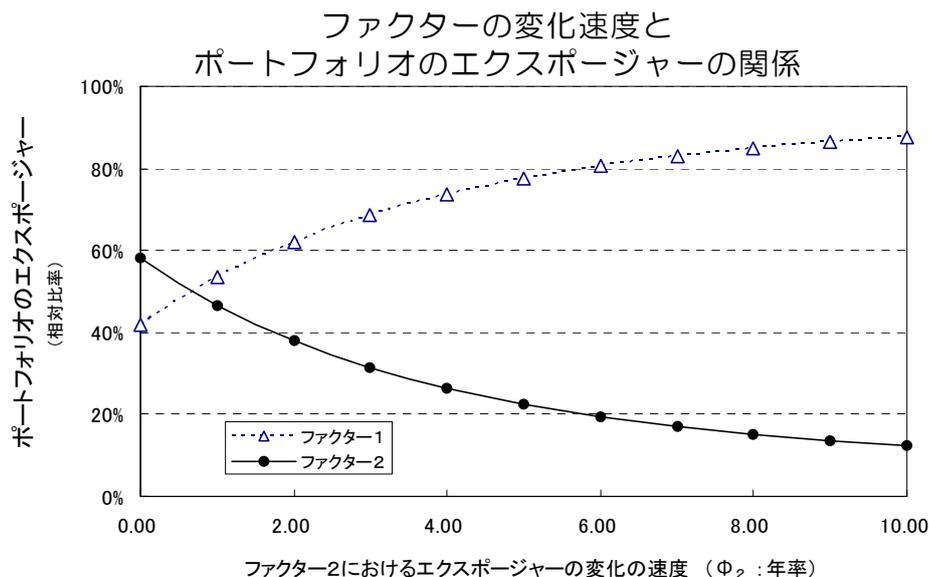
$$R \equiv \begin{pmatrix} \frac{1}{n} \mathbf{b}_1^T (\Sigma_{\text{spec}})^{-1} \mathbf{b}_1 & \frac{1}{n} \mathbf{b}_1^T (\Sigma_{\text{spec}})^{-1} \mathbf{b}_2 & \cdots & \frac{1}{n} \mathbf{b}_1^T (\Sigma_{\text{spec}})^{-1} \mathbf{b}_k \\ \frac{1}{n} \mathbf{b}_2^T (\Sigma_{\text{spec}})^{-1} \mathbf{b}_1 & \frac{1}{n} \mathbf{b}_2^T (\Sigma_{\text{spec}})^{-1} \mathbf{b}_2 & & \frac{1}{n} \mathbf{b}_2^T (\Sigma_{\text{spec}})^{-1} \mathbf{b}_k \\ \vdots & & \ddots & \\ \frac{1}{n} \mathbf{b}_k^T (\Sigma_{\text{spec}})^{-1} \mathbf{b}_1 & \frac{1}{n} \mathbf{b}_k^T (\Sigma_{\text{spec}})^{-1} \mathbf{b}_2 & & \frac{1}{n} \mathbf{b}_k^T (\Sigma_{\text{spec}})^{-1} \mathbf{b}_k \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

- \mathbf{w}_α : ファクターエクスポージャーの合成比率ベクトル[時点 t]
 $\mathbf{x}_{\text{target}}$: ターゲットポートフォリオにおける各銘柄の保有（アクティブ）ウエイトベクトル[時点 t]
 \mathbf{b} : ファクターエクスポージャー行列 [時点 t]
 \mathbf{F} : ファクターリターンの期待値行列（ファクターリターンはマルチファクターモデルで算出）
 $\Sigma_{\mathbf{F}}$: ファクターリターンの分散共分散行列
 Σ_{spec} : スペシフィックリターンの分散行列（対角行列）
 γ : リスク回避度
 λ : コスト係数
 Φ : ファクターエクスポージャーの変動係数行列（対角行列）
 \mathbf{I} : 単位行列

2. 計算例の概要

ファクターの変化速度の異なる2つのファクターを用いたファクター・ティルト・ポートフォリオのケースにつき、最適ポートフォリオにおけるファクターエクスポージャー（相対比率）を計算しました。

ファクターエクスポージャーの変動（ Φ_2 ）が大きいほど、取引コストの増大の影響を受けるため、最適ポートフォリオにおけるファクター2のエクスポージャーが低下します。例えば、BPR（純資産株価比）ファクターはファクターエクスポージャーがゆっくりと変化しますが、リビジョン（業績予想の変化）ファクターは企業アナリストの業績予想の改定によりファクターエクスポージャーが頻繁に変化します。このような変化のスピードの異なる2つのファクターの合成には、ファクターのリスク・リターン特性の情報のみでファクターの合成比率を算出するのではなく、ファクターエクスポージャーの変動によるポートフォリオバランス時の取引コストの影響を勘案してファクターの合成比率を計算することが求められます。



また、将来の取引コストを抑える動的に最適ナリバランス戦略としては、1度のリバランスでターゲットポートフォリオに完全に一致させる手法ではなく、ゆっくりと少量の銘柄売買を実施することにより毎回一定割合をリバランス時点におけるターゲットポートフォリオに近づけるリバランス戦略がよいとされます。

3.まとめ

動的最適化の手法を用いれば、アルファ合成時にファクターの変化速度を考慮できることが分かりました。アルファ合成時に速く変化するファクターを採用する場合にはその合成ウエイトを変化速度で調整する必要があります。また、合成アルファから計算されるターゲットポートフォリオに少しずつ近づけるようなリバランス戦略が有効であると考えられます。

今後ともよりよいポートフォリオの構築手法の検討を実施していきたいと考えます。

参考文献

- [1] N.Garleanu and L.H.Pedersen, "Dynamic Trading with Predictable Returns and Transaction Costs," AFA2010 Atlanta Meetings paper
- [2] R.C.Grinold, "Signal Weighting," Journal of Portfolio Management, 2010
- [3] 南聖治, "複数のファクターを用いたアルファの合成について," リそな銀行 クオンツレポート, 2010

- ・本資料は、お客様への情報提供を目的としたものであり、特定のお取引の勧誘を目的としたものではありません。
- ・本資料は、作成時点において信頼できるとされる各種データ等に基づいて作成されていますが、弊社はその正確性または完全性を保証するものではありません。
- ・また、本資料に記載された情報、意見および予想等は、弊社が本資料を作成した時点の判断を反映しており、今後の金融情勢、社会情勢等の変化により、予告なしに内容が変更されることがありますのであらかじめご了承ください。
- ・本資料に関わる一切の権利はリそな銀行に属し、その目的を問わず無断で引用または複製することを固くお断りします。