

## 複数のファクターを用いたアルファの合成について

りそな銀行 アセットマネジメント部  
 チーフ・クオンツ・アナリスト 南 聖治

本レポートは年金投資などにおけるクオンツ運用の専門分野におけるポートフォリオ構築方法に関するディスカッションレポートです。

近年、クオンツ運用におけるポートフォリオ構築において多数のアルファファクター（株式収益率の予想値）を活用する傾向が増加してきております。近年の不安定な市場環境においてその重要性に対する認識が年々増しています。

今回、下記のアルファファクターの合成手法を用いてポートフォリオの効率性に関する分析を実施しましたのでご紹介いたします。

### 1. アルファファクターの合成手法

クオンツ運用では、複数のアルファを合成した合成アルファを計算し合成アルファにティルトするポートフォリオ（ファクターティルトポートフォリオ）を構築することが多く、近年、その合成されるファクター数は増加傾向にあります。この合成アルファにおけるファクターの合成比率の算出手法として、グリノルドらによる IC 最大化法<sup>[1]</sup>と呼ばれる手法や、ソレンセンらによる IR 最大化法<sup>[2]</sup>などが知られています。前者はファクターのエクスポージャー(予測値のスコア)の相関を考慮したものであり、後者はファクターのリターン(IC)の分散共分散構造を考慮したものと知られております。

今回は、エクスポージャーの相関とファクターリターンの分散共分散構造の両方を考慮して、ロングオンリーポートフォリオに対応した合成アルファの計算を行いました。

$$\mathbf{w}_s^* \sim (\mathbf{s}^T \mathbf{s})^{-1} \left[ TC^2 \times \Sigma_{IC} + (\mathbf{s}^T \mathbf{s})^{-1} \right]^{-1} (TC \times \mathbf{IC}_0) \quad (1.1)$$

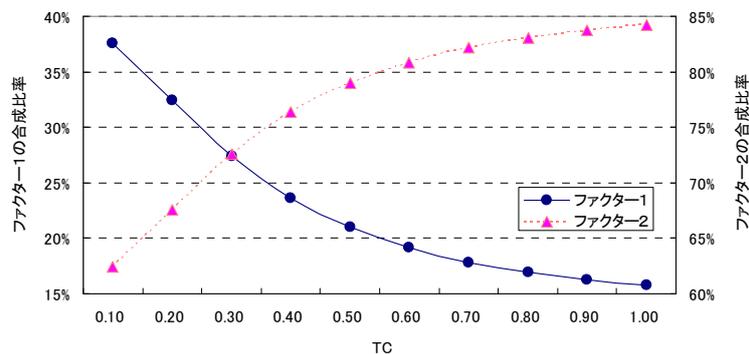
- $\mathbf{w}_s$ : ファクターエクスポージャーの合成比率ベクトル  
 $\mathbf{s}$ : ファクターエクスポージャー行列  
 $\mathbf{IC}_0$ : IC の期待値ベクトル (IC はマルチファクター形式で計算した数値)  
 $\Sigma_{IC}$ : IC の分散共分散行列  
 TC: 合成アルファ( $\mathbf{s} \cdot \mathbf{w}_s$ )の転移係数 (ポートフォリオの効率性)<sup>[3]</sup>

## 2. 分析結果

2つのファクターを用いたファクターティルトポートフォリオのケースにつき、合成アルファにおける各エクスポージャーの合成比率とポートフォリオの効率性を計算しました。

ファクター（エクスポージャー）の合成比率の計算結果<sup>(注1)</sup>は図表2の通りです。2つのファクターの合成比率は、足元のエクスポージャーの相関関係の影響と将来のICの共分散構造の両方の影響を受けます。ポートフォリオの効率性(TC)が高いほどICの共分散構造の影響度合いが大きくなります。

図表1 アルファの合成比率



図表2 アルファの合成比率

TC	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	1.00
ファクター1の合成比率	37.6%	32.4%	27.4%	23.6%	21.0%	19.1%	17.9%	16.9%	16.2%	15.7%
ファクター2の合成比率	62.4%	67.6%	72.6%	76.4%	79.0%	80.9%	82.1%	83.1%	83.8%	84.3%

次にシミュレーション<sup>(注1)</sup>を実施し、2つのファクターからなる合成アルファを用いて最適なロングオンリーポートフォリオを構築し、リスクとリターンを計算しました。結果は図表3の通りです。単位アクティブリスク当たりのアクティブリターンであるインフォメーションレシオ(I.R.)は理論式で想定される水準に達していることが分かります。

図表3 ロングオンリーポートフォリオのリスクリターン  
(シミュレーションの結果)

リターン	6.61%
リスク	5.00%
I.R.	1.32
I.R.の理論値 <sup>(注2)</sup>	1.32

## 3. まとめ

ファクターリターン(IC)の共分散構造が既知であるという前提条件のもとでは、買い持ち制約のあるロングオンリーポートフォリオに対して本手法の利用により効果的なポートフォリオが構築できる可能性があることをシミュレーション結果は示しています。今後ともよりよいポートフォリオの構築手法の検討を実施していきたいと考えます。

(注1) モンテカルロシミュレーションと呼ばれる擬似乱数を用いた計算手法を用いました。2007年3月末の東証1部の時価総額上位500銘柄をユニバースとし、500銘柄の時価総額ウェイトでの擬似TOPIXをベンチマークとして採用しました。2つのファクターに対し相関が0.06のスコア値を生成してファクターエクスポージャーとした。また、個別銘柄の収益率は $\sigma = 0.30\%$ /年(全銘柄一律)、 $E(IC_1)=0.06, E(IC_2)=0.09, \sigma(IC_1)=0.18, \sigma(IC_2)=0.13$ とし、2つのファクターのICの相関を0.22として500銘柄に対し収益率を10000通り計算しました。(ICの特性値は3ヶ月間の収益率に対応する値)。TC(=0.75)を所与として(1.1)式により合成アルファを算出し、合成アルファを用いて最適なロングオンリーポートフォリオを構築しました。また、個別銘柄の収益率を用いてポートフォリオの収益率を10000回計算しました。図表2は上記パラメータを用いて(1.1)式で計算した結果です。図表3のリスクとリターンはシミュレーションにおけるポートフォリオのリターン(対ベンチマーク)の10000回の平均値と標準偏差。(収益率の計測期間は3ヶ月とし、最終結果は年次換算して算出しました。リターンはコストを考慮しない数値です。)

(注2) 数式を用いたIRの計算値

$$IR \approx \frac{TC \times IC_0 \cdot \mathbf{w}}{\sqrt{\mathbf{w}^T \left( TC^2 \times \Sigma_{IC} + (\mathbf{s}^T \mathbf{s})^{-1} \right) \mathbf{w}}} \quad (2.1)$$

$$TC \equiv cor(\mathbf{s} \cdot \mathbf{w}_s, \sigma_i x_i) \quad (2.2)$$

$$\mathbf{w} = \frac{1}{N} (\mathbf{s}^T \mathbf{s}) \cdot \mathbf{w}_s \quad (2.3)$$

- $\mathbf{w}_s$ : ファクターエクスポージャーの合成比率ウェイトベクトル
- $\mathbf{s}$ : ファクターエクスポージャー行列
- $IC_0$ : ICの期待値ベクトル (ICはマルチファクター形式で表現した数値)
- $\Sigma_{IC}$ : ICの分散共分散行列
- TC: 合成アルファ( $\mathbf{s} \cdot \mathbf{w}_s$ )の転移係数 (ポートフォリオの効率性)<sup>[3]</sup>
- $x_i$ : ポートフォリオにおけるi銘柄のウェイト (ベンチマーク比)
- $\sigma_i$ : i銘柄のボラティリティ
- N: 銘柄数 (=500)

## 参考文献

- [1] R.C.Grinold, R.N.Kahn, 「Active Portfolio Management」, IRWIN, 1999
- [2] E. H. Sorensen, E. Qian, R. Schoen and R. Hua, "Multiple Alpha Sources and Active Management", Journal of Portfolio Management, 2004
- [3] R.Clarke, H. Silva and S. Thorley, "Portfolio Constrains and the Fundamental Law of Active Management", Financial Analysts Journal, 2002
- [4] R.Clarke, H. Silva and S. Thorley, "The Fundamental Law of Active Portfolio Management", Journal of Investment Management, 2006

- 本資料は、お客様への情報提供を目的としたものであり、特定のお取引の勧誘を目的としたものではありません。
- 本資料は、作成時点において信頼できると思われる各種データ等に基づいて作成されていますが、弊社はその正確性または完全性を保証するものではありません。
- また、本資料に記載された情報、意見および予想等は、弊社が本資料を作成した時点の判断を反映しており、今後の金融情勢、社会情勢等の変化により、予告なしに内容が変更されることがありますのであらかじめご了承ください。
- 本資料に関わる一切の権利はりそな銀行に属し、その目的を問わず無断で引用または複製することを固くお断りします。