

リスクファクターを考慮したアルファの合成

りそな銀行 アセットマネジメント部
 チーフ・クオンツ・アナリスト 南 聖治

本レポートは年金投資などにおけるクオンツ運用の専門分野におけるポートフォリオ構築方法に関するディスカッションレポートです。

近年、クオンツ運用におけるポートフォリオ構築において、アルファ・イーティングという現象に対する分析や考察がなされております。アルファのファクターリターンとポートフォリオのリターンの間におけるパフォーマンス傾向の違いに焦点をあて、アルファファクターの効率性に比べ実際のポートフォリオの効率性が減少する現象をアルファ・イーティングと呼びます。このアルファ・イーティングにはいろいろな要因¹が挙げられますが、その一例として期待収益率としてのアルファファクターとリスクモデルにおけるリスクファクターの採用ファクターの違いが指摘されております。もし、アルファファクターとリスクファクターを区別せずにポートフォリオを構築することができれば、(具体的には、ティルトする合成アルファにリスクファクターを組み込みその合成アルファによりうまくポートフォリオを構築することができれば) 合成アルファの情報を適切にポートフォリオへ反映することができアルファ・イーティングを抑制できる可能性があると考えられます。

今回、アルファの最適合成比率の計算の枠組みの中でリスクファクターをどのように取り入れることができるかを考察いたしましたのでご紹介いたします。

1. アルファの合成手法

複数のアルファファクターを用いた合成アルファにおける、各アルファの最適合成比率は次のように表現できます。この最適合成比率はアルファファクターのリスク・リターン特性を考慮したものです。

$$\mathbf{w}_s^* \sim \mathbf{R}^{-1} [\mathbf{TC}^2 \times \Sigma_{\mathbf{F}} + \mathbf{R}^{-1}]^{-1} (\mathbf{TC} \times \mathbf{F}_0) \quad (1.1)$$

\mathbf{w}_s^* : 最適なファクターの合成ウェイトベクトル

\mathbf{R} : エクスポージャーのクロスセクションでの相関情報を示す行列 ($R_{jk} = \mathbf{s}_j^T \Sigma_{\text{spc}}^{-1} \mathbf{s}_k$)

\mathbf{s}_j : j 番目のファクターに対するファクターエクスポージャーベクトル (規格化スコア)

Σ_{spc} : 銘柄固有ボラティリティーの2乗 (対角行列)

TC : 転移係数

Σ_F : ファクターリターン (マルチファクター型) の分散共分散行列

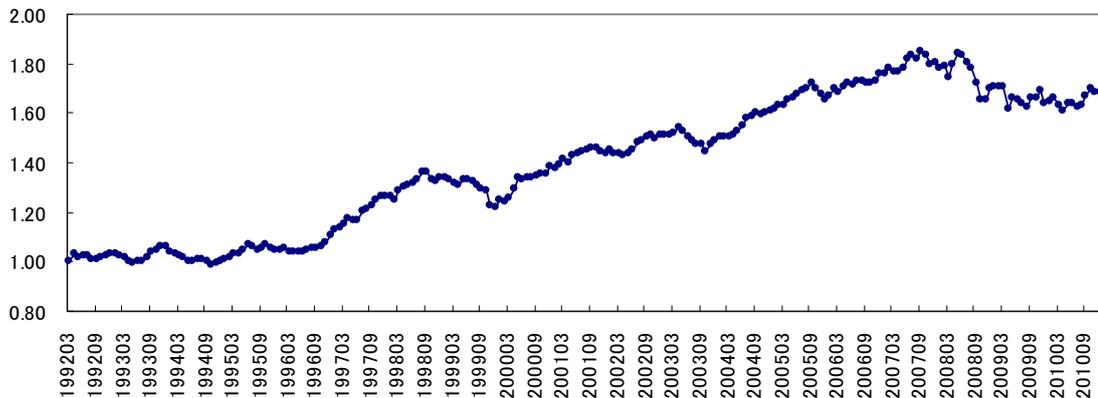
F_0 : ファクターリターン (マルチファクター型) の期待値ベクトル

ここで、アルファファクターとしては通常はリターンの期待値が高いファクターを採用します。しかし、上式においてファクターとして多様なファクターを採用することができ、(期待リターンが低く) リターンの変動性が大きいファクターを採用することもできます。この(期待リターンが低く) リターンの変動性が高いファクターをリスクファクターと呼びます。アルファの合成時にリスクファクターを採用することでリスク抑制効果により合成アルファの効率性が向上する可能性があります。

2. リスクファクターを用いたアルファの合成

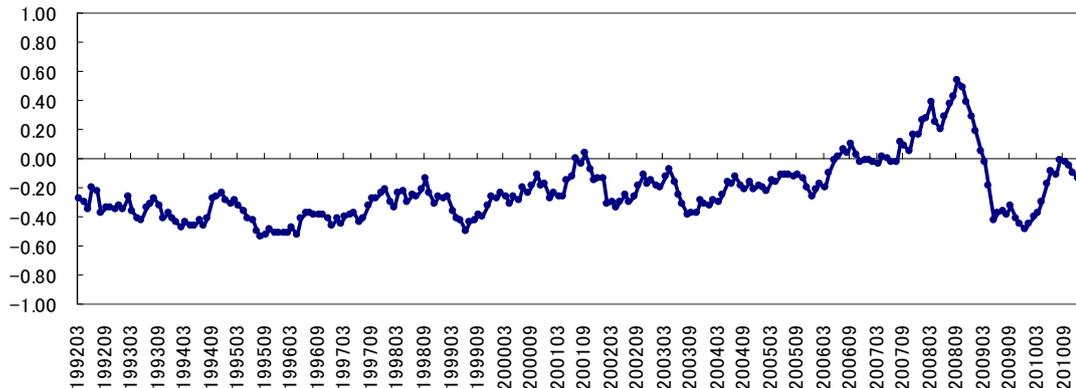
例として、アルファファクター²と、リスクファクター³の2つのファクターの場合を考えてみます。過去のアルファファクターのファクターリターン⁴の推移は図1の通りでした。

図1 アルファファクターの単回帰でのファクターリターン



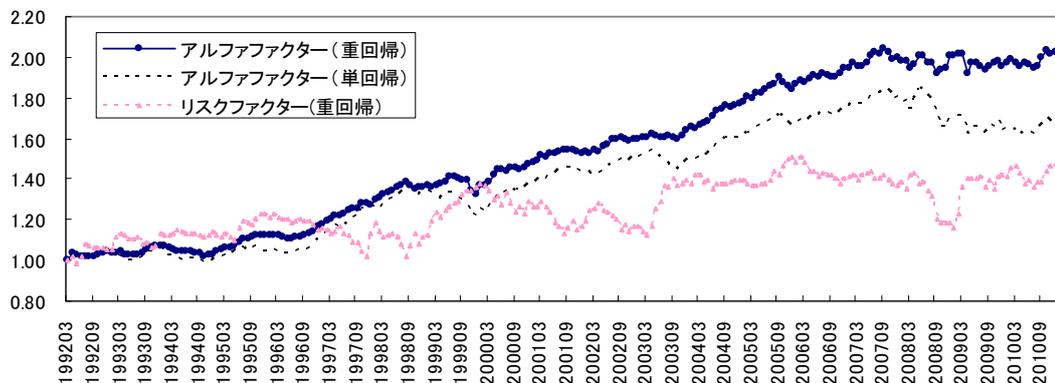
このアルファファクターのエクスポージャーとリスクファクターのエクスポージャーのクロスセクショナルな相関関係は図2通りでした。図2の通り、2つのファクターのエクスポージャーのクロスセクショナルな相関係数は、時間の経過とともに変化しておりました。

図2 アルファファクターとリスクファクターのエクスポージャーの相関係数の推移



この例ではアルファとリスクはエクスポージャーに相関関係が見られます。そこで2つのファクターを同時に用いて重回帰ベースのファクターリターンを計算します。結果は図3の通りです。単回帰ではアルファファクターのリターンが若干不安定でありましたが重回帰ベースのアルファのファクターリターンは不安定性が抑制されています。この単回帰によるアルファのファクター効果の不安定性は、アルファファクターと相関の高いリスクファクターの影響であると解釈することができます。

図3 重回帰でのファクターリターン



そこで、リスクファクターの情報をうまく利用することにより、合成アルファのリターンの不安定性を抑制することを考えます。具体的にはリスクファクターとアルファファクターを用いて、式(1.1)によりファクターを合成することが考えられます。リスクファクターのリスクの大きさやアルファファクターとのエクスポージャーの相関の度合いにより、アルファファクターにリスクファクターを合成(ヘッジ)する割合を調整することができます。

上記の例では簡単のために1つのアルファファクターを1つのリスクファクターでリスク調整する場合を取り上げましたが、2個以上のアルファファクターやリスクファクターの組合せについても同じように計算することができ⁵、リスクファクターを考慮した複数のアルファファクターの合成問題などに幅広く応用が可能です。

3. まとめ

アルファの合成問題とリスクモデルを用いた最適ポートフォリオ構築問題は独立したプロセスとして実施されることが現状の実務では多く見られます。しかし、アルファの合成問題とリスクモデルによるポートフォリオ構築問題はどちらもポートフォリオの効率性に関する最適化問題であるという意味に於いて同じ問題であり、根源的には一貫した1つのフレームワークで考える必要があります。また、アルファファクターとリスクファクターは期待リターンと推定リスクの大きさは異なるもののどちらも株価のリターンを説明するファクターであることには変わりありません。そのため、アルファファクターとリスクファクターを同時に活用してファクター合成を実施しうまく最適ポートフォリオ構築すれば、合成アルファの効率性がよりストレートにポートフォリオへ伝わる可能性があります⁶。今後ともよりよいポートフォリオの構築手法の検討を実施していきたいと考えます。

参考文献

- [1] Jyh-Huei Lee and Dan Stefek, "Do Risk Factors Eat Alphas?," Journal of Portfolio Management, 2008
- [2] N. Garleanu and L. H. Pedersen, "Dynamic Trading with Predictable Returns and Transaction Costs," AFA 2010 Atlanta Meetings paper
- [3] 南聖治, "複数のファクターを用いたアルファの合成について," リそな銀行 クオンツレポート, 2010
- [4] 南聖治, "複数のファクターを用いたアルファの合成と動的最適化による最適リバランス戦略," リそな銀行 クオンツレポート, 2011

¹ 使用するリスクモデルのリスクファクターが真のリスクファクターから乖離していることによるアルファ・イーディングの影響は Jyh-Huei Lee and Dan Stefek [2008] を参照。ファクターリターンの期待値が変化することによるアルファ・イーディングの要因は N. Garleanu and L. H. Pedersen [2010] を参照。ファクターエクスポージャーが変化することによるアルファ・イーディングの要因は南 [2011] を参照。

² 代表的なアルファファクターとして PBR, PER など割安指標が考えられますが、ここではその一例として BARRA モデルの株価相対企業価値ファクターで計算を行いました。

³ 株価の変動を説明するファクターとして市場連動性、サイズ、モメンタムや業種ダミーなどが考えられます。ここでは一例として、BARRA モデルの β を規格化スコアに変換したものを市場連動性ファクターと考え、リスクファクターとして計算を行いました。

⁴ ユニバースを東証1部時価総額上位500銘柄とし、配当込収益率(対ユニバース平均)をファクターエクスポージャー(規格化スコア)で切片無し回帰を行った場合の回帰係数(傾き)をファクターリターンとしました。

⁵ ファクターとして互いに相関が過度に高いファクター群を採用した場合には、多重共線性の問題に注意を払う必要があります。

⁶ 真のリスクファクターが既知である場合。

- ・本資料は、お客様への情報提供を目的としたものであり、特定のお取引の勧誘を目的としたものではありません。
- ・本資料は、作成時点において信頼できるとされる各種データ等に基づいて作成されていますが、弊社はその正確性または完全性を保証するものではありません。
- ・また、本資料に記載された情報、意見および予想等は、弊社が本資料を作成した時点の判断を反映しており、今後の金融情勢、社会情勢等の変化により、予告なしに内容が変更されることがありますのであらかじめご了承下さい。
- ・本資料に関わる一切の権利はリそな銀行に属し、その目的を問わず無断で引用または複製することを固くお断りします。