

複数のファクターによるアルファの合成の計算例

りそな銀行 アセットマネジメント部
 チーフ・クオンツ・アナリスト 南 聖治

本レポートは年金投資などにおけるクオンツ運用の専門分野におけるポートフォリオ構築方法に関するディスカッションレポートです。

既発行レポート(参考文献[1] [2])における計算例をご紹介します。

1. アルファの合成手法

複数のファクターを用いた合成アルファにおける、各アルファの最適合成比率やポートフォリオのインフォメーションレシオは次のように表現できます。

$$\mathbf{w}_s^* \sim \mathbf{R}^{-1} \left[TC^2 \times \Sigma_F + \mathbf{R}^{-1} \right]^{-1} (TC \times \mathbf{F}_0) \quad (1.1)$$

$$\mathbf{B}^* \sim \left[TC^2 \times \Sigma_F + \mathbf{R}^{-1} \right]^{-1} (TC \times \mathbf{F}_0) \quad (1.2)$$

$$IR = \frac{TC \times \mathbf{F}_0^T \cdot \mathbf{B}}{\sqrt{\mathbf{B}^T (TC^2 \times \Sigma_F + \mathbf{R}^{-1}) \mathbf{B}}} \quad (1.3)$$

\mathbf{w}_s^* : 最適なファクターの合成ウェイトベクトル

\mathbf{R} : エクスポートジャーのクロスセクションでの相関情報を示す行列 $(R_{jk} = \mathbf{s}_j^T \Sigma_{\text{spc}}^{-1} \mathbf{s}_k)$

\mathbf{s}_j : j 番目のファクターに対するファクターエクスポートジャーベクトル (規格化スコア)

Σ_{spc} : 銘柄固有ボラティリティーの2乗 (対角行列)

TC : 転移係数

Σ_F : ファクターリターン (マルチファクター型) の分散共分散行列

\mathbf{F}_0 : ファクターリターン (マルチファクター型) の期待値ベクトル

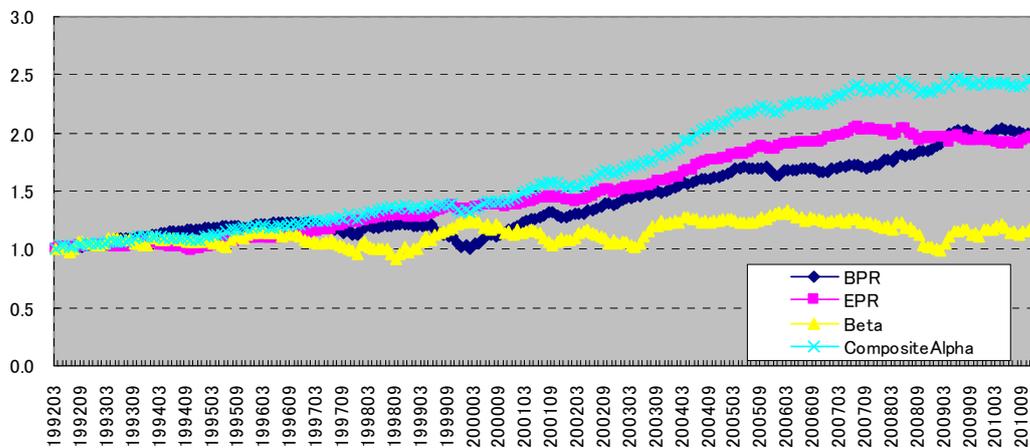
\mathbf{B} : ポートフォリオのファクターエクスポートジャー (ベクトル)

2.本手法による計算例

簡単な計算例として、アルファファクターが2つ、リスクファクターが1つの合計3つのファクターの合成を例にシミュレーション¹を行います。アルファファクターとして代表的な割安指標であるBPR及びEPRを、リスクファクターとしては市場感応度であるベータ²をスコア化したものを今回は例として採用しました。

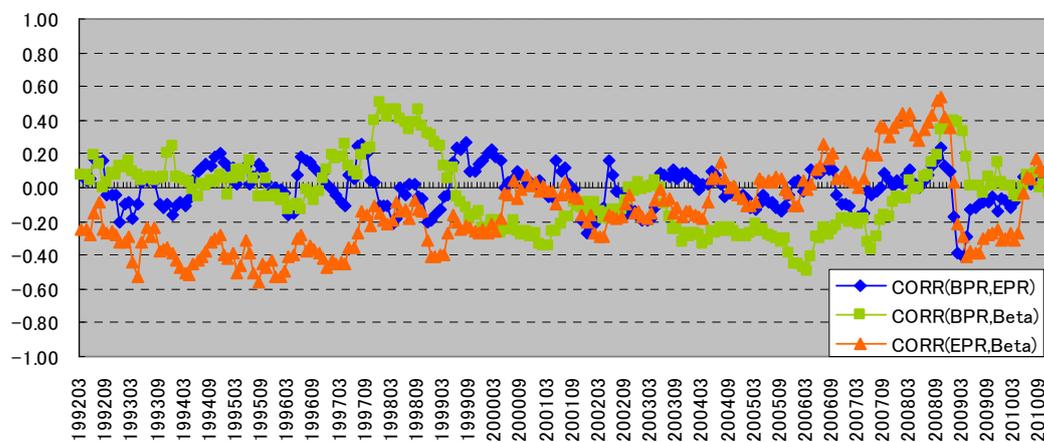
3つのファクターのファクターリターンを重回帰分析により求めたもの、及び、式(1.1)から算出される合成ウェイトを用いた合成アルファのファクターリターンの推移はFig.1のようになります。合成アルファのファクターリターンの推移が安定しているのが分かります。

Fig.1 Accumulative factor return



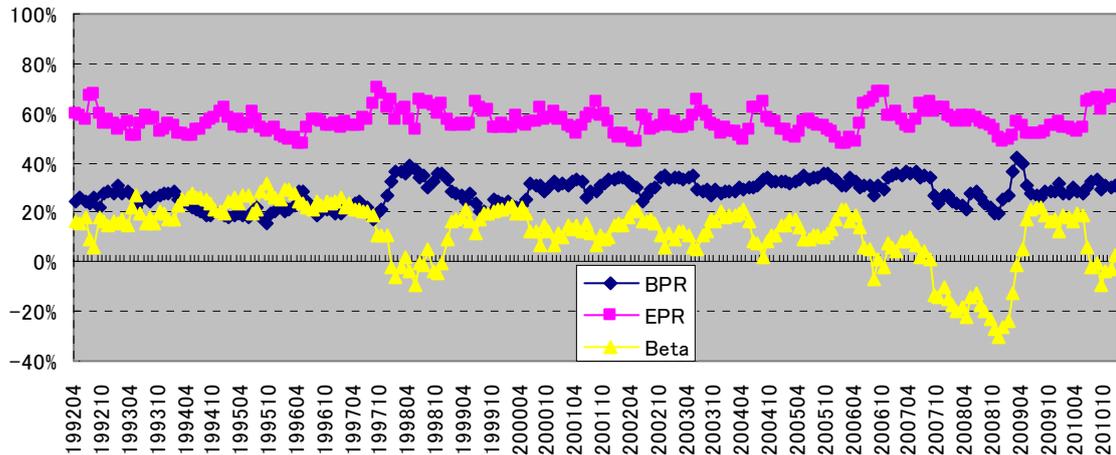
過去の期間におけるファクターエクスポージャーのクロスセクショナルな相関はFig.2の通りでした。リーマンショック前後でクロスセクショナルな相関は大きく変動していたことが分かります。

Fig.2 Cross-sectional correlation coefficient between factor exposure



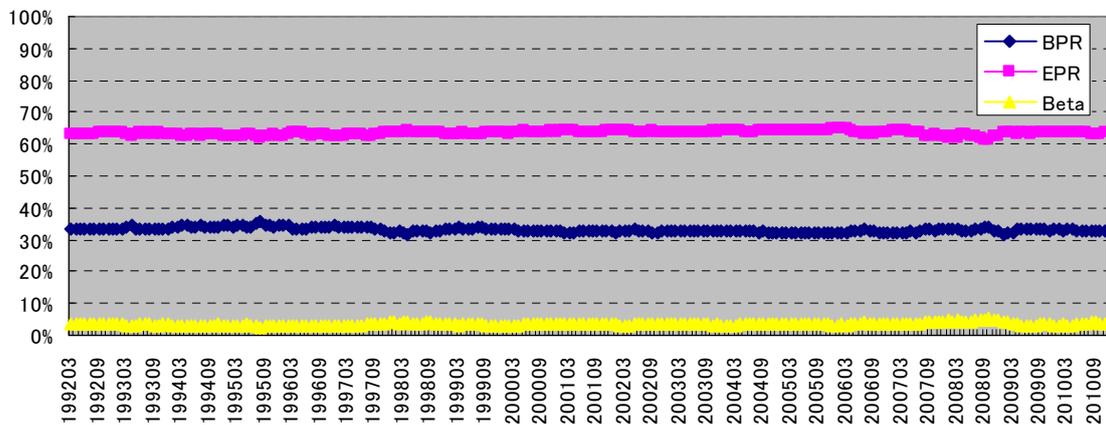
式(1.1)によるアルファの合成ウェイトの推移は Fig.3 の通りです。ファクターエクスポージャーのクロスセクショナルな相関関係の変化に応じ、最適なアルファのシグナルの合成ウェイト (w_s^*) も変化しております。

Fig.3 Optimal alpha weight (Ws: Signal weight)



一方で、式(1.2)によるポートフォリオのファクターエクスポージャーは Fig.4 のようになり、ほとんど変動していないことがわかります。

Fig.4 Ratio of factor exposure of portfolio



シグナルの合成ウェイトは変動しているにもかかわらず、ポートフォリオのファクターエクスポージャーの比率はほとんど変化していません。式(2.1)からこのような関係を理解することができます。エクスポージャーのクロスセクションでの相関関係が変化する場合には、その相関関係の変化の影響を受けシグナルの合成ウェイトは変化します³。

$$w_s^* \sim R^{-1}B^* \quad (2.1)$$

3.本手法と先行研究の比較

前章の計算例でのポートフォリオの I R 値、及び、Grinold et al. [1999]⁴、Sorensen et al. [2004]⁵ によるアルファ合成手法により同じデータで計算を行った場合の I R 値は Table1 の通りです。

Table 1 I.R. of Factor Tilt Portfolio

	New Method	Grinold	Sorensen
Historical Simulation	1.42	1.19	1.14
Theory	1.42	-	1.10

本手法による I R 値⁶は 1.42 であり、3ファクターによる簡単な計算例であるにもかかわらず、良好な I R 値となりました。また、平均的なポートフォリオのファクターエクスポージャー値を式 (1.3) に代入した I R の理論値に一致し、理論式とシミュレーション結果の整合性が示されました。

一方で、本手法の I R 値は先行研究におけるアルファ合成手法による計算結果の I R 値を上回っており、本手法の有効性が確認されました。

まとめ

今回は複数のファクターを用いたアルファの合成手法につき、株式市場の過去データを用いて具体的な計算を実施しました。過去シミュレーション結果は理論値と整合的であり、また、ポートフォリオの効率性は先行研究によるアルファ合成手法と比較して良くなる傾向が見られました。今後ともよりよいポートフォリオの構築手法の検討を実施していきたいと考えます。

参考文献

- [1] 南聖治, “複数のファクターを用いたアルファの合成について,” リそな銀行 クオンツレポート, 2010
- [2] 南聖治, “リスクファクターを考慮したアルファの合成,” リそな銀行 クオンツレポート, 2011
- [3] R.C.Grinold, R.N.Kahn, 「Active Portfolio Management」, IRWIN, 1999
- [4] E. H. Sorensen, E. Qian, R. Schoen and R. Hua, ”Multiple Alpha Sources and Active Management”, Journal of Portfolio Management, 2004

Keywords

Signal Weighting, Optimal Alpha Weight, Composite Alpha, Factor Tilt Portfolio

- ¹ パラメータの推定を事後的に行うインサンプルシミュレーションを実施しました。簡単のために、制約条件のないマーケットニュートラルポートフォリオ (TC=1) のケースを想定し、売買コストや貸株料などを考慮しない仮想的な条件で計算を実施しました。計算期間は 1992 年 4 月から 2010 年 12 月。BPR,EPR やリターンは日経 NEEDS 及び東洋経済のデータを用い、ベータ値は BARRA のデータを用いました。ユニバースは時価総額上位 500 銘柄として計算しました。
- ² ここでは一例としてリスクファクターにベータを採用いたしましたが、モメンタム、企業規模、業種ダミーなどの様々なリスクファクターの選択肢が考えられます。
- ³ エクスポージャーの相関関係の変化に応じてシグナルの合成ウェイトが変化するという性質は Grinold[1999]による IC 最大化法と同じです。
- ⁴ Grinold et al.と同様の計算を IC ではなくファクターリターンを用いて行った。
- ⁵ Sorensen et al.と同様の計算を IC ではなくファクターリターンを用いて行った。
- ⁶ 計算例ではベンチマークのないマーケットニュートラルファンドを想定しているため、この例における IR はシャープレシオのようなもの意味しております。ポートフォリオの月次収益率の平均値と標準偏差を年次換算して算出しました。

- ・本資料は、お客様への情報提供を目的としたものであり、特定のお取引の勧誘を目的としたものではありません。
- ・本資料は、作成時点において信頼できるとされる各種データ等に基づいて作成されていますが、弊社はその正確性または完全性を保証するものではありません。
- ・また、本資料に記載された情報、意見および予想等は、弊社が本資料を作成した時点の判断を反映しており、今後の金融情勢、社会情勢等の変化により、予告なしに内容が変更されることがありますのであらかじめご了承ください。
- ・本資料に関わる一切の権利はリそな銀行に属し、その目的を問わず無断で引用または複製することを固くお断りします。